Урок алгебры в 10 классе

Тема урока: Способы решения тригонометрических уравнений

Цель урока: Обобщение и систематизация знаний учащихся по теме.

Задачи урока:

1) **Образовательные** - Расширить и углубить представление учащихся о решении тригонометрических уравнений.
   Повторить решение простейших тригонометрических уравнений.
2) **Развивающие** - Способствовать формированию у учащихся памяти, внимания, познавательного интереса к предмету и умения делать выводы и обобщения;
3) **Воспитательные** - Воспитывать навыки самоконтроля и взаимоконтроля, самостоятельности и творчества.

Тип урока: Урок комплексного применения знаний и умений учащихся.

Методы:

1) словесный;
2) наглядный;
2)практический.

Средства обучения:

1) интерактивная доска;
2) презентация в PowerPoint;
3) карточки.

План урока:

1. Организационный этап.
2. Актуализация знаний.
3. Тренировочные упражнения.
4. Информация о домашнем задании.
5. Подведение итогов урока.

Ход урока

1. **Организационный этап.**
   (Сообщение темы и постановка цели урока).

   Эпиграф:

«Уравнение – это золотой ключ, открывающий все математические сезамы».

С. Коваль.

2. Актуализация знаний.

а) Индивидуальные задания по карточкам.

Решить уравнения:

Уровень А:

$2\sin x + \sqrt{2}$

(Ответ: $x=(-1)^{n+1}\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$)

$\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\ x - 1=0$

(Ответ: $x=\frac{\pi}{6}+\pi n,\ n\in Z$)

Уровень В:

$\sin(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{6})+1=0$

(Ответ: $x=-\frac{2\pi}{3}+4\pi n,\ n\in Z$)

$2\cos(\frac{\pi}{4}-3x)=\sqrt{2}$

(Ответ: $x=\pm\frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{12}-6\pi n,\ n\in Z$)

б) Устная работа.

1.Какое уравнение называется тригонометрическим?

(Уравнение, заданное в виде неизвестного аргумента тригонометрической функции, называется тригонометрическим уравнением).

2. Какие уравнения называются простейшими тригонометрическими уравнениями?

(Уравнения вида sin x = a, cos x = a, tg x = a, ctg x = a называются

простейшими тригонометрическими уравнениями).

3. Что значит решить простейшее тригонометрическое уравнение?

(Решить простейшее тригонометрическое уравнение – значит найти значение аргумента, приводящее данное уравнение в верное равенство).

в) Выполнить тест на соответствие.

1.cos x = a	А) $x = \mathrm{arctg}\ a + \pi n,\quad n\in Z$
2.sin x = a	В) $x = \pm\arccos a + 2\pi n,\quad n\in Z$
3.tg x = a	С) $x = \mathrm{arcctg}\ a + \pi n,\quad n\in Z$
4.ctg x = a	Д) $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\quad n\in Z$

г)Решение частных случаев.

sin x =-1	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$
sin x = 0	$x = \pi n,\ n \in Z$
sin x = 1	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$
cos x =-1	$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$
cos x = 0	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$
cos x = 1	$x = 2\pi n,\ n \in Z$
tg x =-1	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$
tg x = 0	$x = \pi n,\ n \in Z$
tg x =1	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$
ctg x =-1	$x = \frac{3\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$
ctg x = 0	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$
ctg x = 1	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$

д) Способы решения тригонометрических уравнений.

1) Разложение левой части уравнения на множители.
2) Приведение уравнения к однородному, относительно синуса и косинуса.
3) Преобразование разности (или суммы) тригонометрических функций в произведение.
4) Приведение к квадратному уравнению относительно одной из функций.
5) Выражение всех функций через tgx по формулам(универсальная подстановка).
6) Введение дополнительного аргумента.
7) Возведение обеих частей уравнения в квадрат.

3. Тренировочные упражнения.

Ученики работая по группам, исследуют 5 способов решения тригонометрического уравнения **sin x – cos x=1.**
Каждая группа выбирает один способ решения.
Затем один ученик из группы выходит к доске и показывает своё решение.

<u>1 способ:</u> Разложение левой части уравнения на множители.

sinx – cos x=1,

sinx – (1+cosx)=0, т.к. sinx=2sin$\frac{\chi}{2}$cos$\frac{\chi}{2}$ и 1+cos=2cos^2 $\frac{\chi}{2}$, то

2sin$\frac{\chi}{2}$cos$\frac{\chi}{2}$ -2cos^2 $\frac{\chi}{2}$=0,

2cos$\frac{\chi}{2}$(sin$\frac{\chi}{2}$-cos$\frac{\chi}{2}$)=0,

cos$\frac{\chi}{2}$ =0, или sin$\frac{\chi}{2}$-cos$\frac{\chi}{2}$=0, / делим на cos$\frac{\chi}{2}$ $\neq 0$

$\frac{\chi}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi\kappa, \kappa \in Z$, или tg $\frac{\chi}{2}$ -1=0,

$\chi = \pi + 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z$, или tg $\frac{\chi}{2}$=1,

$\frac{\chi}{2}=\frac{\pi}{4} + \pi$n, n $\in Z$,

$\chi=\frac{\pi}{2}$ +2πn, n $\in Z$.

Ответ: $\chi = \pi + 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z$, $\chi=\frac{\pi}{2}$ +2πn, n $\in Z$.

<u>2 способ:</u> Приведение уравнения к однородному относительно синуса и косинуса.

sinx – cos x=1, разложим левую часть по формулам двойного аргумента, а правую часть заменим тригонометрической единицей.

2sin$\frac{\chi}{2}$cos$\frac{\chi}{2}$ - cos^2 $\frac{\chi}{2}$ +sin$^2\frac{\chi}{2}$= cos^2 $\frac{\chi}{2}$ + sin$^2\frac{\chi}{2}$,

2sin$\frac{\chi}{2}$cos$\frac{\chi}{2}$ - cos^2 $\frac{\chi}{2}$ +sin$^2\frac{\chi}{2}$- cos^2 $\frac{\chi}{2}$ - sin$^2\frac{\chi}{2}$ =0,

2sin$\frac{\chi}{2}$cos$\frac{\chi}{2}$ - 2cos^2 $\frac{\chi}{2}$=0,

2cos $\frac{\chi}{2}$(sin$\frac{\chi}{2}$ - cos$\frac{\chi}{2}$) =0,

2cos $\frac{\chi}{2}$=0 или sin$\frac{\chi}{2}$ - cos$\frac{\chi}{2}$=0, / делим на cos$\frac{\chi}{2}$ $\neq 0$.

$\frac{\chi}{2}=\frac{\pi}{2}+\pi\kappa, \kappa \in Z$, или tg $\frac{\chi}{2}$ -1=0,

$\chi = \pi + 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z$,   или $\operatorname{tg}\frac{\chi}{2} = 1$,

$$\frac{\chi}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z,$$

$$\chi = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z.$$

Ответ: $\chi = \pi + 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z$, $\chi = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$

<u>3 способ:</u> Преобразование разности (или суммы) тригонометрических функций в произведение.

sinx – cos x=1, применим формулу приведения: $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$.

Запишем уравнение в виде $\sin x - \sin(\frac{\pi}{2} - x) = 1$, применяя формулу разности двух синусов, получим:

$$2\sin\frac{\chi - \frac{\pi}{2} + \chi}{2}\cos\frac{\chi + \frac{\pi}{2} - \chi}{2} = 1,$$

$$2\sin(x - \frac{\pi}{4})\cos\frac{\pi}{4} = 1,$$

$$2\sin(x - \frac{\pi}{4})\frac{\sqrt{2}}{2} = 1,$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4})\sqrt{2} = 1,$$

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$x - \frac{\pi}{4} = (-1)^n \arcsin\frac{1}{\sqrt{2}} + \pi n,\ n \in Z,$$

$x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$, преобразовав данное выражение получаем

$\chi = \pi + 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z$, $\chi = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$.

Ответ: $\chi = \pi + 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z$, $\chi = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$.

<u>4 способ:</u> Выражение всех функций через $\operatorname{tg}\frac{\chi}{2}$ по формулам:

$\sin x = 2\operatorname{tg}\frac{\chi}{2} / (1 + \operatorname{tg}^2\frac{\chi}{2})$; $\cos x = (1 - \operatorname{tg}^2\frac{\chi}{2}) / (1 + \operatorname{tg}^2\frac{\chi}{2}) = 1$.

(универсальная подстановка).

sin x – cos x = 1,

$2\text{tg}\frac{\chi}{2} / (1+ \text{tg}^2 \frac{\chi}{2}) – (1- \text{tg}^2\frac{\chi}{2}) / (1+ \text{tg}^2 \frac{\chi}{2}) =1,$

$2\text{tg}\frac{\chi}{2}$ $-1+ \text{tg}^2 \frac{\chi}{2} =1+ \text{tg}^2 \frac{\chi}{2},$

$2\text{tg}\frac{\chi}{2} + \text{tg}^2 \frac{\chi}{2} - \text{tg}^2 \frac{\chi}{2} =1+1,$

$2\text{tg}\frac{\chi}{2} =2,$

$\text{tg}\frac{\chi}{2} =1,$

$\frac{\chi}{2} = \frac{\pi}{4} + \pi\text{n}, \text{n} \in Z,$

$\chi = \frac{\pi}{2} +2\pi\text{n}, \text{n} \in Z.$

При переходе к tg $\frac{x}{2}$ из рассмотрения выпали значения, при которых tg $\frac{x}{2}$ не имеет сысла, т.е. tg $\frac{x}{2} = \frac{\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}};$

$\cos\frac{x}{2} =0,$

$\frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + \pi\kappa, \kappa \in Z,$

$\chi = \pi +2\pi\kappa, \kappa \in Z.$

Ответ: $\chi = \pi +2\pi\kappa, \kappa \in Z, \quad \chi = \frac{\pi}{2} +2\pi\text{n}, \text{n} \in Z.$

<u>5 способ:</u> Введение дополнительного аргумента.

sin x – cos x=1, разделим обе части почленно на $\sqrt{2}$.

$\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x - \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x = \frac{1}{\sqrt{2}},$

$\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$,

$\sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$(x - \frac{\pi}{4}) = (-1)^n \arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + \pi n,\ n \in Z$,

$x = \frac{\pi}{4} + (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$,

преобразовав данное выражение получаем:

$\chi = \pi + 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z, \quad \chi = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z.$

Ответ: $\chi = \pi + 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z, \quad \chi = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z.$

Мы исследовали несколько способов решения одного тригонометрического уравнения sin x – cos x=1 и пришли к выводу, что решая различными способами, получаем одно общее решение:

$\chi = \pi + 2\pi\kappa,\ \kappa \in Z, \quad \chi = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z.$

4. **Информация о домашнем задании.**

стр. 68-73, № 126(а,в), №117(в)

5. **Подведение итогов урока.**

Повторили формулы для решения простейших тригонометрических уравнений**.** Обсудили и рассмотрели способы решения тригонометрических уравнений.

Приложение 1

Карточка

Решить уравнения:

Уровень А:	*Уровень В:*
$2\sin x + \sqrt{2}$	$\sin(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}) + 1 = 0$
$\sqrt{3}\,\mathrm{tg}\, x - 1 = 0$	$2\cos(\frac{\pi}{4} - 3x) = \sqrt{2}$

Приложение 2.

Выполнить тест на соответствие:

1.$\cos x = a$	А) $x = \operatorname{arctg} a + \pi n, \quad n \in Z$
2.$\sin x = a$	В) $x = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad n \in Z$
3.$\operatorname{tg} x = a$	С) $x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, \quad n \in Z$
4.$\operatorname{ctg} x = a$	Д) $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \quad n \in Z$

Приложение 3.

$\sin x = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$
$\sin x = 0$	$x = \pi n,\ n \in Z$
$\sin x = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$
$\cos x = -1$	$x = \pi + 2\pi n,\ n \in Z$
$\cos x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$
$\cos x = 1$	$x = 2\pi n,\ n \in Z$
$\operatorname{tg} x = -1$	$x = -\frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$
$\operatorname{tg} x = 0$	$x = \pi n,\ n \in Z$
$\operatorname{tg} x = 1$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$
$\operatorname{ctg} x = -1$	$x = \frac{3\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$
$\operatorname{ctg} x = 0$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in Z$
$\operatorname{ctg} x = 1$	$x = \frac{\pi}{4} + \pi n,\ n \in Z$

Приложение 4.

Тема урока:

«Способы решения тригонометрических уравнений»

Цель урока:

Обобщение и систематизация знаний учащихся по теме

«Уравнение – это золотой ключ, открывающий все математические сезамы».

С. Коваль.

Способы решения тригонометрических уравнений.

-Разложение левой части уравнения на множители.
-Приведение уравнения к однородному,относительно синуса и косинуса.
-Преобразование разности (или суммы) тригонометрических функций в произведение.
-Приведение к квадратному уравнению относительно одной из функций.
-Выражение всех функций через tgx (универсальная подстановка)
-Введение дополнительного аргумента.
-Возведение обеих частей уравнения в квадрат.

5 способов решения тригонометрического уравнения

$\sin x - \cos x = 1$

1способ решения уравнения

$\sin x - \cos x = 1$

2 способ решения уравнения
sin x – cos x = 1

3 способ решения уравнения
sin x – cos x = 1

4 способ решения уравнения
sin x – cos x = 1

5 способ решения уравнения
sin x – cos x = 1

Вывод:

$$x = \pi + 2\pi k; k \in Z или x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z.$$